

A. Question de cours (5 points)

1. Ressemblances et différences entre la force de gravitation de Newton et la force électrostatique de Coulomb.

2. Énergies potentielles gravitationnelle et électrostatique d'un proton et d'un électron distants de $r_0 = 52,9$ pm. On donne les valeurs suivantes :

$$m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_e = 0,91 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

$$e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C.}$$

B. Problème

Filtre de Wien (15 points)

Remarque: la question 3.1.2 et les questions suivantes pourront être réalisées indépendamment des questions précédentes en utilisant le résultat de la question 3.1.1 .

Le circuit électrique, représenté sur la figure 1, est le filtre de Wien, du nom du physicien allemand Max Wien (prononcer vine). On se propose d'analyser son comportement spectral, c'est-à-dire la tension sinusoïdale u_s qu'il transmet, lorsqu'on lui applique à l'entrée une tension sinusoïdale u_e , de fréquence f , et que l'on fait varier f .

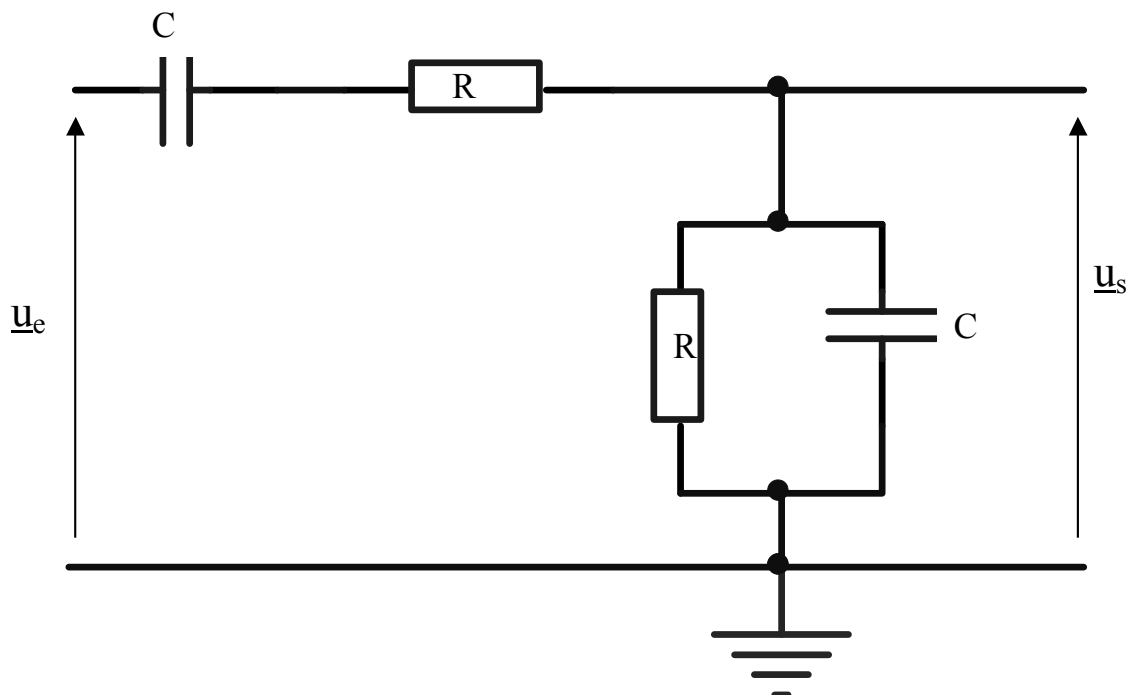


FIG. 1 –

1. Rappeler la relation entre la fréquence f et la pulsation ω d'un signal sinusoïdal, en précisant les unités SI correspondantes. Pourquoi un tel filtre est-il qualifié de passif?

2.1 Sans calcul, estimer la fonction de transfert $H(j\omega) = \underline{u}_s/\underline{u}_e$ dans les cas des très basses et des très hautes fréquences. De quel type de filtre s'agit-il : passe-bas, passe-haut ou passe-bande ?

2.2 Trouver les impédances complexes de la portion (R,C) série et de la portion (R,C) parallèle. En déduire $H(j\omega)$ en fonction de R , C et ω .

2.3 Quelle est la dimension physique de RC ? Calculer sa valeur pour $R = 5 \text{ k}\Omega$ et $C = 10 \text{ nF}$. Dans la suite, on introduit la quantité $x = RC\omega$. Justifier son intérêt.

3.1.1 Montrer que la fonction de transfert $\underline{T}(x) = H(j\omega)$ a pour expression :

$$\underline{T}(x) = \frac{1}{[3 + j(x - 1/x)]}$$

3.1.2 Donner l'expression du module de la fonction de transfert. Pour quelle valeur de x , $|\underline{T}(x)|$ est-il maximal ? Quelle est la valeur correspondante de $|\underline{T}(x)|$?

3.2 Exprimer, en décibel, le gain en tension $G_{u,dB}(x)$ du filtre de Wien. Calculer sa valeur maximale et étudier son comportement asymptotique à très basses et très hautes fréquences. Tracer le diagramme $G_{u,dB}$ en fonction de $\zeta = \lg x$.

3.3 On introduit les fréquences de coupure f_1 et f_2 à -3 dB . À quoi correspond ce choix de -3 dB ? Déterminer les valeurs de x qui correspondent à f_1 et f_2 . Montrer alors que la largeur de bande passante est donnée par $\Delta x = 3$.

4. Donner l'expression de la phase $\phi(x)$ de la fonction de transfert. En étudiant son comportement aux limites, justifier le qualificatif d' "avance-retard" donné à ce filtre.